શ્રી ભરાડ વિદ્યા મંદિર–રાજકોટ

ધોરણ : ૧૨ સાયન્સ **માસ્ટર પેપર–૧** **સમયઃ ૩ કલાક**

વિષય : ગણિત **કુલ ગુણઃ ૧૦૦**

વિભાગ – A

➥ નીચેના હેતુલક્ષી પ્રશ્નો માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી ઉત્તર લખો : [15]

(1) $\alpha((x,-1),(3,2)) = 5$ હોય, તો $x =$ ______

(A) –7, –1 (B) –7, 1 (C) 7, –1 (D) 7, 1

(2) $(a^2-a-2)x+(a+1)y+a=0$ રેખા X–અક્ષને સમાંતર છે. તો $a =$ ______

(A) –1 (B) –2 (C) 3 (D) 2

(3) વર્તુળ $x^2+y^2-5x-3y-1=0$ સાપેક્ષ બિંદુ P(3, –2) નું સ્થાન ક્યાં છે ?

(A) વર્તુળના બહારના ભાગમાં (B) વર્તુળના અંદરના ભાગમાં

(C) વર્તુળ પર (D) નક્કી ન થઈ શકે

(4) $x^2 = -4y$ ના સમક્ષિતિજ સ્પર્શકનું સમીકરણ .... છે.

(A) $x=0$ (B) $y=0$ (C) $x=-1$ (D) $y=-1$

(5) અતિવલય $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ ના સમતલના કોઈ બિંદુમાંથી આ અતિવલયને દોરી શકાતા પરસ્પર લંબસ્પર્શકોની સંખ્યા..... છે.

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) અસંખ્ય

(6) $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ સાથે સમાન માપના ખૂણા બનાવતો એકમ સદિશ .... છે.

(A) $\left(-\frac{1}{\sqrt3}, \frac{1}{\sqrt3}, -\frac{1}{\sqrt3}\right)$ (B) $\left(\frac{1}{\sqrt3}, -\frac{1}{\sqrt3}, \frac{1}{\sqrt3}\right)$ (C) $\left(-\frac{1}{\sqrt3}, \frac{1}{\sqrt3}, \frac{1}{\sqrt3}\right)$ (D) $\left(\frac{1}{\sqrt3}, \frac{1}{\sqrt3}, \frac{1}{\sqrt3}\right)$

(7) A(3, –1), B(2, –3), C(5, 1) તો ΔABC માં $\angle A$ નું માપ .... છે.

(A) $\cos^{-1}\frac{3}{\sqrt{10}}$ (B) $-\cos^{-1}\frac{3}{\sqrt{10}}$ (C) $\cos^{-1}\frac{7}{5\sqrt2}$ (D) $\pi-\cos^{-1}\frac{3}{\sqrt{10}}$

(8) $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$ નું અક્ષો સાથેના ઉગમબિંદુ સિવાયના છેદબિંદુનો શૂન્યેતર યામ K હોય, તો K = ____.

(A) 1 (B) 0 (C) 2 (D) –2

(9) જો $5x \le f(x) \le 2x^2+3, \forall x \in R$ તો $\lim_{x\to1} f(x) =$ ______

(A) 5 (B) –5 (C) 2 (D) 3

(10) $\frac{d}{dx}\left[e^{-4\log(1+x)}\right] =$ ______

(A) $\frac{4}{(1+x)^5}$ (B) $-\frac{4}{(1+x)^5}$ (C) $\frac{5}{(1+x)^4}$ (D) –4

(11) ગોલકની ત્રિજ્યા માપવામાં 5% ત્રુટિ રહી ગઈ હોય, તો તેના ઘનફળમાં .... ટકા ત્રુટિ મળશે.

(A) 15% (B) 10% (C) 25% (D) 30%

(12) $\int \frac{(\log x)^{-1}}{x}\,dx =$ ______ $+ c$ $(x>0)$

(A) 0 (B) $-\frac{(\log x)^{-2}}{2}$ (C) $\log|\log x|$ (D) $\log\left|\frac{1}{x}\right|$

(13) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^3 x \cos^2 x\,dx =$ ______

(A) 0 (B) 1 (C) –1 (D) 2

(14) $y = e^{3x}$ ના કોઈ બિંદુ આગળના અવસ્પર્શકની લંબાઈ .... છે.

(A) e^{3x} (B) e^3 (C) $\frac{1}{3}$ (D) ન મળે

(15) 98 મી/સેની ઝડપે ઉર્ધ્વદિશામાં પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થની મહત્તમ ઊંચાઈ .... છે.

(A) 49 મી (B) 490 મી (C) 98 મી (D) 980 મી

વિભાગ – B

નીચેના અતિ ટૂંકજવાબી પ્રશ્નોના માગ્યા પ્રમાણે ઉત્તર લખો : [15]

(16) A(1, –3) તથા B(5, –2) આપેલાં બિંદુઓ છે. $\overline{AB}$ ને ગણ સ્વરૂપે દર્શાવો.

(17) વર્તુળ $x^2+y^2-2x+2y-7=0$ ના પ્રચલ સમીકરણ મેળવો. અથવા

X–અક્ષની ધન દિશા સાથે $\pi/3$ માપનો ખૂણો બનાવતાં, વર્તુળ $x^2+y^2=3$ ના સ્પર્શકોનાં સમીકરણ મેળવો.

(18) $y^2 = 8x$ ના અક્ષો પર સમાન અંતઃખંડ કાપતાં સ્પર્શકનું સમીકરણ મેળવો.

(19) જેના ગૌણ અક્ષની લંબાઈ 4, બે નાભિઓ વચ્ચેનું અંતર 2 હોય તેમજ પ્રધાન અક્ષ X–અક્ષ પર હોય તેવા ઉપવલયનું સમીકરણ મેળવો. અથવા

ઉપવલય $x^2+2y^2=18$ પરના બિંદુ $\left(3, 3/\sqrt2\right)$ આગળના સ્પર્શકનું સમીકરણ મેળવો.

(20) સદિશો (1, –2, 3), (–2, 3, 2) (–8, 13, 0) સમતલીય છે કે અસમતલીય તે નક્કી કરો.

(21) જેની ધાર $\overline{OA}=(2,1,1)$, $\overline{OB}=(3,-1,1)$, $\overline{OC}=(-1,1,-1)$ હોય તેવા સમાંતર ફલકનું ઘનફળ શોધો.

(22) $P(3,-1,11)$ નું $\frac{x}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{4}$ થી લંબઅંતર શોધો.

(23) સમતલો $2x+2y-z=5$ તથા $6x-2y+3z=3$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ શોધો.

(24) $\frac{d}{dx}(\sin x^x)$ શોધો. અથવા $\frac{dy}{dx}$ શોધો : $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}$

(25) $\int \frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}dx$ મેળવો. અથવા $\int\left\{\frac{(x-1)}{(x+1)^3}e^x\right\}dx$ મેળવો.

(26) કિંમત શોધો : $\int_{-1}^{1}\log\left(\frac{2-x}{2+x}\right)dx$

(27) વક્ર $y=\tan x$, X – અક્ષ તથા $x=0$, $x=\pi/4$ રેખાઓ દ્વારા આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

(28) $(y-b)^2=4a(x-a)$; (જ્યાં a, b સ્વૈર અચળ છે) નું વિકલ સમીકરણ મેળવો.

(29) 10 મી/સે પ્રારંભિક વેગથી 30 સે માં સ્થિર થતાં પહેલા 150 સેમી અંતર કાપવામાં આવે, તો અચળ પ્રતિવેગ શોધો.

(30) પદાર્થને 98 મી/સે ની ઝડપથી ઉર્ધ્વદિશામાં પ્રક્ષિપ્ત કરવામાં આવે છે. 11 મી સેકન્ડમાં તેણે કાપેલું અંતર શોધો.

વિભાગ – C

નીચેના અતિ ટૂંકજવાબી પ્રશ્નોના માગ્યા પ્રમાણે ઉત્તર લખો : [20]

(31) ઉગમબિંદુમાંથી જેના પરના લંબરેખાખંડની લંબાઈ 2 હોય તેવી (2, 6) માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

(32) પરવલય $y^2=4ax$ અને $x^2=4by$ ના સામાન્ય સ્પર્શકનું સમીકરણ $a^{1/3}x+b^{1/3}y+(ab)^{2/3}=0$ છે એમ બતાવો.

(33) ઉપવલય $x^2+2y^2=4$ વક્રને $A(-1,2)$ માંથી દોરેલા બે સ્પર્શકો વચ્ચેના ખૂણાનું માપ શોધો. અથવા

કેન્દ્ર C(0, 0) થી $\frac{\sqrt{21}}{2}$ અંતરે આવેલા ઉપવલય $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ પરનાં બિંદુઓનાં ઉત્કેન્દ્રીયકોણનાં માપ શોધો.

(34) અતિવલય $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ નો બિંદુ P આગળનો સ્પર્શક, અનંત સ્પર્શકોને A અને B બિંદુમાં છેદે છે. સાબિત કરો કે $(CA)(CB)=a^2+b^2$ અથવા

$5x+12y+k=0$ અતિવલય $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{1}=1$ ને સ્પર્શે, તો k શોધો તથા સ્પર્શબિંદુઓના યામ શોધો.

(35) જો $\bar{x},\bar{y},\bar{z}$ પરસ્પર લંબ એકમ સદિશો હોય, તો બતાવો કે $|\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}|=\sqrt3$

(36) $\bar{i}+\sqrt3\bar{j}$ તથા $\sqrt3\bar{i}+a\bar{j}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ $\pi/3$ હોય, તો a શોધો.

(37) એક સમતલ (a, b, c) માંથી પસાર થાય છે. સાબિત કરો કે ઉગમબિંદુથી સમતલ પરનો લંબપાદ ગોલક $x^2+y^2+z^2-ax-by-cz=0$ પર છે.

(38) જો $2x=y^{1/m}+y^{-1/m}$ $(x\ge1)$ તો સાબિત કરો કે $(x^2-1)y_2+xy_1=m^2y$

(39) $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+5$ કયાં અંતરાલમાં વધે છે કે ઘટે છે તે નક્કી કરો. અથવા

સાબિત કરો : $\frac{1}{1+x^2}<\frac{\tan^{-1}x-\tan^{-1}y}{x-y}<\frac{1}{1+y^2}$, $(x>y>0)$

(40) $\int x^{x}(1+\log x)dx$ મેળવો. અથવા $\int\left\{\log(\log x)+\frac{1}{(\log x)^2}\right\}dx$

વિભાગ – D

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા પ્રમાણે ઉત્તર લખો : [30]

(41) P(–5,1) અને Q(3, 5) ને જોડતા રેખાખંડનું P તરફથી K:1 ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરતું બિંદુ A હોય, તો K મેળવો કે જેથી ΔABC નું ક્ષેત્રફળ 2 એકમ થાય. જ્યાં B(1, 5) અને C(7, –2) છે.

(42) વર્તુળો $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y=0$ અને $x^2+y^2+2g_2x+2f_2y=0$ સ્પર્શે, તો સાબિત કરો કે $f_1g_2=f_2g_1$ અથવા

વર્તુળો $x^2+y^2+2x+3y+1=0$ અને $x^2+y^2+4x+3y+2=0$ ની સામાન્ય જીવાનું સમીકરણ મેળવો તથા તેની લંબાઈ શોધો.

(43) સદિશના મદદથી સાબિત કરો કે ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓના લંબદ્વિભાજકો સંગામી છે.

(44) બે રેખાઓની દિક્કોસાઈન $l+3n=5m$ તથા $7l^2+5m^2=3n^2$ નું સમાધાન કરે, તો તે દિક્કોસાઈન શોધો.

(45) $2x+4y+8z=17$ ને સમાંતર તથા રેખા $x=3+2t,\ y=t,\ z=8-t,\ t\in R$ અથવા

$A(1,1,0)$, $B(0,1,1)$, $C(1,0,1)$ માંથી પસાર થતાં સમતલનું ઉગમબિંદુથી લંબઅંતર શોધો.

(46) $f(x)=x+a\sqrt2\sin x,\ 0\le x<\pi/4$

$=2x\cot x+b,\ \pi/4\le x<\pi/2$

$=a\cos2x-b\sin x,\ \pi/2\le x\le\pi$ $[0,\pi]$ પર સતત છે, તો a, b શોધો.

(47) સાબિત કરો કે $\lambda_1\ne\lambda_2$ માટે વક્રો $\frac{x^2}{a^2+\lambda_1}+\frac{y^2}{b^2+\lambda_1}=1$ તથા $\frac{x^2}{a^2+\lambda_2}+\frac{y^2}{b^2+\lambda_2}=1$ છેદે તો એકબીજાને કાટખૂણે છેદે છે. અથવા

28 મી લાંબા વાયરના બે ટૂકડા કર્યા છે. તેમાંથી એક વાળીને ચોરસ તથા બીજાને વાળીને વર્તુળ બનાવ્યું છે. જો તેમનાથી બનતું કુલ ક્ષેત્રફળ ન્યુનતમ હોય, તો બંને ટૂકડાની લંબાઈ શોધો.

(48) $\int_0^{\pi}\cos x\,dx$ ને સરવાળાના લક્ષ તરીકે મેળવો.

(49) સાબિત કરો : $\int_0^{\pi/2}\frac{x\sec x}{1+\tan x}dx=\frac{\pi}{2\sqrt2}\log(\sqrt2+1)$

(50) વિકલ સમીકરણ $x\,dy-y\,dx=\sqrt{x^2+y^2}\,dx$ ઉકેલો. અથવા

એક કિરણોત્સર્ગી પદાર્થના વિઘટનનો દર તેના તે સમયના જથ્થાના સમપ્રમાણમાં છે. જો વિઘટન શરૂ થયાના એક કલાક બાદ પદાર્થનો જથ્થો 100 ગ્રામ હોય અને બે કલાક બાદ આ જથ્થો 80 ગ્રામ હોય, તો શરૂઆતમાં પદાર્થનો મૂળ જથ્થો કેટલો હશે?

વિભાગ – E

નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા પ્રમાણે ઉત્તર લખો : [20]

(51) એક ત્રિકોણની બાજુઓને સમાવતી રેખાઓનાં સમીકરણ $x-2y+2=0$, $3x-y+6=0$ તથા $x-y=0$ છે. તો ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓ શોધ્યા વગર લંબકેન્દ્રના યામ મેળવો. અથવા

એક ચોરસના સામસામેનાં શિરોબિંદુઓ (1, 2) અને (3, 8) છે. તેની બાજુઓને સમાવતી રેખાઓનાં સમીકરણ મેળવો.

(52) $f(x)=\frac{\sec x-\tan x}{x-\pi/2}$, $x=\pi/2$ આગળ સતત બને તે રીતે $f\left(\pi/2\right)$ વ્યાખ્યાયિત કરો.

(53) $x^y+y^x=1$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(54) $\int\frac{\sin^{-1}\sqrt{x}-\cos^{-1}\sqrt{x}}{\sin^{-1}\sqrt{x}+\cos^{-1}\sqrt{x}}dx$ મેળવો. અથવા

$\int\frac{1}{\cos x\ \cos2x}dx$ મેળવો.

પેપર સેટરઃ **મૌલિકસર મજીઠીયા** ૯૯૬૨૪૪૩૧૧૬ પરામર્શકઃ **ગિજુભાઈ ભરાડ**

બોર્ડના તમામ વિષયોના પ્રેકટીસ પેપર, આઈએમપી પ્રશ્નો અને નિષ્ણાતોના સલાહ-સૂચન માટે www.aajkaaldaily.com ની મુલાકાત